

УДК 681.142

Я.М. НИКОЛАЙЧУК<sup>1</sup>, А.Р. ВОРОНИЧ<sup>2</sup>

## ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МІР ЕНТРОПІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЯХ ФОРМУВАННЯ ТА ОПРАЦЮВАННЯ СИГНАЛІВ

<sup>1</sup>Тернопільський національний економічний університет,

11, вул. Львівська, м. Тернопіль, Україна

<sup>2</sup>Карпатський державний центр інформаційних засобів і технологій НАН України,

15, вул. Карпатська, м. Івано-Франківськ, Україна

**Анотація.** Проведено систематизацію теоретичних основ та аналітичних виразів оцінки мір ентропії. Описано інформаційну міру ентропії на основі кореляційних характеристик функцій. Узагальнено і систематизовано кореляційні функції, які використовуються для оцінки ентропії. Наведено характеристику шумоподібних сигналів на основі різних оцінок ентропії. Встановлено, що кореляційний підхід формування аналітичних виразів мір ентропії є найбільш ефективним та перспективним для формування і опрацювання сигналів в комп'ютерних системах.

**Аннотация.** Проведена систематизация теоретических основ и аналитических выражений оценки мер энтропии. Описана информационная мера энтропии на основе корреляционных характеристик функций. Обобщены и систематизированы корреляционные функции, которые используются для оценки энтропии. Приведена характеристика шумоподобных сигналов на основе разных оценок энтропии. Установлено, что корреляционный подход формирования аналитических выражений мер энтропии является наиболее эффективным и перспективным для формирования и обработки сигналов в компьютерных системах.

**Abstract.** Systematization of theoretical bases and analytical expressions of estimation of entropy measures is conducted. The informative entropy measure is described on the basis of cross-correlation descriptions of functions. Generalized and cross-correlation functions which are used for the estimation of entropy are systematized. Description of noise signals is resulted on the basis of different estimations of entropy. It is set that cross-correlation approach of forming of analytical expressions of measures of entropy is most effective and perspective for forming and working of signals in the computer systems.

**Ключові слова:** ентропія, міри ентропії, кореляційні функції.

### ВСТУП

В галузі інформаційних технологій формування та опрацювання сигналів активно ведуться роботи, щодо впровадження сучасних безпроводних технологій на низових рівнях розподілених комп'ютерних систем (РКС). Сучасні технології формування та опрацювання сигналів повинні забезпечувати наступні задачі:

- кодування інформації;
- передавання інформації;
- стиснення даних;
- захист даних від помилок;
- захист даних від несанкціонованого доступу;
- діагностування джерел інформації(ДІ).

Одним з перспективних напрямків вирішення задач даного типу є застосування ентропійного підходу для передавання інформації в РКС з відкритими оптичними і електромагнітними каналами зв'язку [1,2,3].

### СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ ТА АНАЛІТИЧНИХ ВИРАЗІВ ОЦІНКИ МІР ЕНТРОПІЇ

В роботах [1,2,4-12] запропоновано та досліджено аналітичні вирази оцінок мір ентропії. Їх систематизацію наведено в табл. 1

Таблиця 1.

Систематизація аналітичних виразів оцінок мір ентропії

№	Аналітичний вираз	Міра ентропії
1.	$H = \log_2 S^n = n \cdot \log_2 S. \quad (1)$ $H = n \cdot \hat{E}[\log_2 S] = n \cdot \log_2 S. \quad (2)$	Р. Хартлі
2.	$I_x = \log_2 \sqrt{2\pi e \sigma_x^2}, \quad I_x = \hat{E}[\log_2 3\sigma_x]. \quad (3)$	К. Крампа
3.	$H_\varepsilon \leq \frac{T}{\Delta t} + \log \frac{C}{\varepsilon}, \quad (4)$ <p>при <math>\varphi(t) = 2^{\frac{T}{\Delta t}}</math> <math>H_\varepsilon \leq \log \left( \frac{C}{\varepsilon} \cdot 2^{\frac{T}{\Delta t}} \right)</math>.</p> <p>В частковому випадку при <math>\frac{C}{\varepsilon} = 2^m, \frac{T}{\Delta t} = 2^n, H_\varepsilon \leq \log_2(2^m \cdot 2^n) = m + n</math>.</p>	Н. Колмогорова ( $\varepsilon$ – ентропія)
4.	$H = -k \sum_{i=1}^n p_i \log p_i. \quad (5)$	К. Шеннона
5.	$I(u, p) = -k u \cdot \log p. \quad (6)$ $H(u, p) = -k \sum_{i=1}^n [u_i p_i \cdot \log p_i], \quad (7)$ <p><math>u_i \geq 0</math> - коефіцієнт корисності</p>	Дж. Лонго
6.	$H(p, w) = -\sum_{i=1}^n \left[ p_i w_i / \sum_{j=1}^n p_j w_j \cdot \log p_i w_i / \sum_{j=1}^n p_j w_j \right]. \quad (8)$ <p>Вагові функції Радемахера:</p> $W_0 = 2^0 = 1, W_1 = 2^1 = 2, W_2 = 2^2 = 4 \dots W_n = 2^n, \quad (9)$ $w_0 = W_0 / \sum_{i=1}^n W_i \dots w_n = W_n / \sum_{i=1}^n W_i, \quad (10)$ $p = const, H(w) = -\sum_{i=1}^n w_i \log w_i, H(n) = -n \sum_{i=1}^n \log \frac{1}{n} = \log n.$	Г.Шульца
7.	$N = \frac{n!}{\prod_j S_j}. \quad (11)$ $\log N = \log n! - \sum_j S_j. \quad (12)$	Б.Олівера (комбінаційний підхід)
8.	$H(X) = -\sum_{l_1}^L \dots \sum_{l_n}^L p(X) \log p(X). \quad (13)$ <p><math>X</math> – апіорна невизначеність; <math>X_i, y_i</math> – статистично залежні стани ДІ;  <math>W_1(y_1, t_1), W_1(y_1, t_1; y_2, t_2), W_1(y_1, t_1; \dots; y_n, t_n)</math> – сумісні щільності ймовірностей;</p> $H(X/Y) = \sum_{l_1}^L \dots \sum_{l_n}^L \sum_{m_1}^M \dots \sum_{m_k}^M p(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \cdot \log p(x_1, \dots, x_n / y_1, \dots, y_m). \quad (14)$	Д.Мідлтона

(Продовження табл. 1)

9.	$H \leq k2BT \left(1 + \frac{S}{N}\right), H = k \cdot n \log S_{ave}. \quad (15)$	В.Таллера (кореляційний підхід)
10.	$h_{\delta} = \frac{ f'_{cep}(t) }{ f'_{max}(t) }. \quad (16)$	В. Боюна ( $\delta$ -ентропія)
11.	$I_x = n \cdot \hat{E} \left[ \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (D_x^2 - R_{xx}^2(j)) \right]. \quad (17)$	Я. Нико- лайчука (кореляційний підхід)

Формула Р. Хартлі [4] показує функцію логарифма числа можливих станів ДІ. В формулі (1,2) табл.1:  $H$  – кількість інформації;  $S$  – число незалежних рівноймовірних станів ДІ;  $n$  - число вибірок,  $\hat{E}[\ ]$  – цілочисельна функція з округленням до більшого.

Для кодування безперервних ДІ, А.Н. Колмогоровим [5] запропоновано формулу  $\mathcal{E}$  – ентропії (4) табл.1, де  $\Delta t$  – крок дискретизації, що забезпечує точність квантування  $\mathcal{E}$ ,  $C$  – діапазон квантування;  $T$  – інтервал часу спостереження ДІ.

Дані стохастичних ДІ, підлягають Гаусовому закону розподілу ймовірностей. Для таких ДІ більшість розрахунків лежить в діапазоні  $3\sigma$  в околі математичного сподівання, а ентропія визначається згідно виразу (3) табл.1.

Оцінка ентропії по Хартлі характерна для рівноймовірних станів, але вона не враховує ймовірність перебування інформації в даному стані. Для виправлення цього недоліку К. Шенноном введено оцінку ентропії [6] для ДІ з нерівноймовірними станами, яка визначається згідно виразу (5) табл.1, де  $k$  – додатній коефіцієнт, який враховує основу логарифма;  $p_i$  – ймовірність  $S_i$ -го стану дискретного ДІ.

Дж. Лонго [7] розширило Шеннонівську теорію інформації введенням «якісних» параметрів, які характеризують корисність інформації. Кожному стану ДІ Дж. Лонго ставить у відповідність коефіцієнти корисності  $u_i \geq 0$ . Розподіл коефіцієнтів корисності не залежить від розподілу ймовірностей, а визначається з семантичних міркувань. Кількість інформації при такому підході визначається виразом (6) табл.1, де  $k$  – стала величина;  $p = p_i$  – ймовірність  $S_j$ -го стану. Ентропія корисності визначається, за формулою (7) табл.1, як середнє статистичне значення усіх можливих повідомлень, з врахуванням коефіцієнтів  $u_i$ .

Для узагальнення Шеннонівської ентропії Г. Шульцом [8] створено поняття оціночної ентропії. За Шульцом ентропія – це середнє значення об'єму інформації  $\log 1/p_i$  окремих станів. Тобто її можна використовувати не тільки для передавання, але й для оцінки значимості інформації. Шульц встановив оціночну шкалу, по якій найбільш «несприятливому» стану надається найнижче значення, а найбільш сприятливому стану – найвище. Для зручності користування значення шкали вибиралися кратними степеню числа 2, вираз (9) табл.1. З цих значень утворюються оціночні коефіцієнти (10) табл.1, які еквівалентні послідовності частот  $p_i$ .

Для джерел з незалежними, але нерівноймовірними станами Б.Олівером [9] отримано оцінку загальної кількості можливих комбінацій станів, яка визначається за формулою (11) або в логарифмічному вигляді (12) табл.1.

За Д. Мідлтоном [10] дискретні ДІ формують послідовність символів довільної довжини, розподілених в визначеному порядку в часі. Для реалізації дискретної випадкової послідовності  $X = \{x_i\}$ , кожен із символів  $x_i$  якої може приймати одне з  $l_i$  різних значень ( $1 \leq l_i \leq L; i = 1, 2, \dots, n$ ), отримано вираз (13) табл.1 для апіорної невизначеності  $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$ , де додавання проводиться по всім можливим значенням кожного з символів  $x_i$  послідовності.

Для ДІ з статистично залежними станами Д. Мідлтон визначив вираз (14) табл.1 середньої умовної ентропії, де  $x_i, y_i$  – статистично залежні стани ДІ. З останнього виразу випливає, що для розрахунку ентропії таких ДІ необхідно знати сумісні щільності ймовірностей різного порядку

$W_1(y_1, t_1), W_1(y_1, t_1; y_2, t_2), \dots, W_1(y_1, t_1; \dots; y_n, t_n)$ .

В. Таллером [11] підкреслено переваги, які можна отримати шляхом кореляційного аналізу і усунення внутрішньої кореляції повідомлень, що формуються джерелом. Він показав, що якщо в деякий момент часу ДІ, що має  $S$  станів, переходить тільки в  $S_j$  можливих станів, то аналіз дійсного інформаційного змісту його повідомлень приводиться до меншого об'єму інформації в порівнянні з функцією найбільшої інформації (15) табл.1, де  $S_{ave}$  – середнє значення станів ДІ,  $BT$  – інформаційна база,  $N$  – значення рівня шуму  $1/S$  – інтервал кореляції між відліками.

Досліджуючи оцінки інформації дискретних випадкових величин В.П. Боюном [12] запропоновано величину  $\delta$  –ентропію (16) табл.1, яка характеризує невизначеність значення випадкового процесу і його динаміку, де  $f'_{сер}(t), f'_{max}(t)$  – відповідно середнє і максимальнє значення похідних зміни кількості станів джерела. Приведена  $\delta$ –ентропія не залежить від вибраних кванта по рівню і кроку дискретизації, а повністю визначається законом розподілу похідних.

На відміну від оцінки ентропії по Шеннону (5) табл.1, яка не враховує ймовірність переходу з одного стану в інший, оцінка ентропії, яка максимально наближується до власної ентропії ДІ є запропонована Я.М. Николайчуком інформаційна міра (17) табл.1, на основі автокореляційних характеристик ДІ, де  $\overset{\circ}{x}_i = x_i - M_x$  – центровані значення масиву даних;  $D_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M_x)^2$  – дисперсія значень  $x_i$ ;  $M_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  – математичне сподівання;  $R_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \overset{\circ}{x}_i \cdot \overset{\circ}{x}_{i+j}$  – автокореляційна функція;  $m$  – число точок функції  $R_{xx}(j)$  на інтервалі кореляції [1,2].

### ІНФОРМАЦІЙНА МІРА ЕНТРОПІЇ НА ОСНОВІ АВТОКОРЕЛЯЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЖЕРЕЛ ІНФОРМАЦІЇ

На сьогодні досить перспективним напрямом дослідження інформаційних параметрів за допомогою комп'ютерних систем є реалізація безпосереднього зв'язку кореляційної функції з розподілами ймовірностей станів і ентропії ДІ. Цей зв'язок для неперервних джерел становить [13]:

$$h(X, Y) = - \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x) \log_2 \omega(x) dx - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x, y) \log_2 \omega(y/x) dx dy = h(X) + h(Y/X), \quad (18)$$

де  $h(X)$  – диференціальна ентропія повідомлення  $X$ ;  $h(Y/X)$  – умовна диференціальна ентропія повідомлення  $Y$ ;  $\omega(x)$  – щільність розподілу  $x$ ;  $\omega(x, y)$  – щільність сумісного розподілу  $x, y$ ;  $\omega(y/x)$  – умовна щільність розподілу  $y$  відносно  $x$ .

Багатократними дослідженнями [14] реальних об'єктів управління і ДІ показано, що стохастичні параметри технологічних процесів на локальних проміжках часу досить наближено описуються Гауссівською моделлю закону розподілу ймовірностей.

Оцінка ентропії ДІ з корельованими станами, які мають Гауссовий закон розподілу, визначається виразом [15,16]:

$$\begin{aligned} h[x(t), x(t+\tau)] &= \log_2 \left( 2\pi\sigma_x^2 \sqrt{1-\rho_{xx}^2(\tau)} \right) + \frac{1}{1-\rho_{xx}^2(\tau)} \log_2 e - \frac{\rho_{xx}^2(\tau)}{1-\rho_{xx}^2(\tau)} \log_2 e = \\ &= \log_2 \left( 2\pi e \sigma_x^2 \sqrt{1-\rho_{xx}^2(\tau)} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Чисельний розрахунок ентропії ДІ з нерівноймовірними корельованими станами здійснюється у відповідності з виразом [16]:

$$H[x_i, x_{i+j}] = \log_2 2\pi e + \log_2 \sigma_x^2 + \frac{1}{2} \log_2 [1 - \rho_{xx}^2(j)], \quad (20)$$

де перший елемент є константою інформаційної міри, що пов'язана з типом закону розподілу випадкової величини, другий елемент визначає дисперсію випадкових станів ДІ:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)^2, \quad (21)$$

а третій елемент характеризує взаємну ентропію корельованих нерівноймовірних станів ДІ за допомогою квадрату нормованої функції автокореляції:

$$\rho_{xx}^2(j) = \left( \frac{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right) \cdot \left( x_{i+j} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)}{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)} \right)^2. \quad (22)$$

В зв'язку з необхідністю центрувати послідовності  $x_i$  згідно 22, розрахунок ентропії ДІ на основі нормованої автокореляційної функції  $\rho_{xx}(j)$  є незручним при обчисленні. Для оцінки ентропії ДІ приводять вираз (18) за допомогою структурної функції до вигляду:

$$H(x_i, x_{i+j}) = \log_2 2\pi e \sqrt{D_x^2 - D_x^2 \cdot \rho_{xx}^2(j)} = \log_2 2\pi e + \frac{1}{2} \log_2 \left( \left[ D_x - R_{xx}(j) \right] \cdot \left[ D_x + R_{xx}(j) \right] \right), \quad (23)$$

де  $R_{xx}(j) = D_x \cdot \rho_{xx}(j)$ . Тобто тим самим отримують формулу (17).

На рис. 1 наведено графіки ентропії  $H(x_i, x_{i+j})$  та оцінки ентропії  $\overline{H(x_i, x_{i+j})}$  для ДІ з автокореляційною функцією  $R_{xx}(j) = A^{-\alpha(j\Delta t)} \cos(\omega(j \cdot \Delta t))$ , де  $\alpha$  – коефіцієнт згасання;  $\Delta t$  – крок дискретизації;  $A$  – амплітуда випадкового процесу;  $\omega$  – частота.

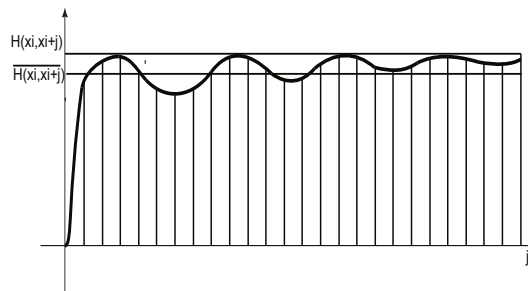


Рис. 1. Графік ентропії  $H(x_i, x_{i+j})$  та оцінки ентропії  $\overline{H(x_i, x_{i+j})}$

### СИСТЕМАТИЗАЦІЯ КОРЕЛЯЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ ДЛЯ ОЦІНКИ ЕНТРОПІЇ.

Для аналізу ентропійних характеристик ДІ можуть використовуватися різні кореляційні функції (табл. 2) [1].

Для приведених кореляційних функцій характерні наступні властивості[1]:

- $H_{xx}$  використовується для спектрального аналізу та аналізу швидкоплинних процесів;
- $P_{xx}$  дозволяє підвищити точність оцінки і зменшити об'єм вибірки, зберігаючи при цьому високу швидкодію;
- $R_{xx}$  має важливі асимптотичні властивості: значення функції при нульовому зміщенні рівне дисперсії, а при прямуванні до  $\infty$  прямує до 0;
- $K_{xx}$  завжди приймає позитивні значення і не має операції центрування  $x_i$ ;
- $\rho_{xx}$  є центрованою і нормованою оцінкою придатною для розрахунку спектрів;
- $C_{xx}$  забезпечує високу точність оцінки при великих зміщеннях  $j$  в квадратичному просторі;

- $G_{xx}$  забезпечує високу точність оцінки при великих зміщеннях  $j$  в лінійному просторі;
- $F_{xx}$  представлена в лінійному просторі і забезпечує високу ефективність в оперативній обробці інформації.

Таблиця 2.

**Систематизація автокореляційних функцій та їх асимптотик**

№	Назва кореляційної функції	Аналітичний вираз і асимптотика функції	Графічне зображення функції
1.	Знакова	$H_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1+j}^{n+j} \text{sign } x_i \cdot \text{sign } x_{i+j}$ $H_{xx}(0) = +1;$ $H_{xx}(\infty) = 0.$	
2.	Релейна	$P_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1+j}^n x_i \cdot \text{sign } x_{i+j}$ $P_{xx}(0) = M_x;$ $P_{xx}(\infty) = 0.$	
3.	Коваріаційна	$K_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1+j}^{n+j} x_i \cdot x_{i+j}$ $K_{xx}(0) = D_x + M_x^2;$ $K_{xx}(\infty) = M_x^2.$	
4.	Кореляційна	$R_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1+j}^{n+j} x_i \cdot x_{i+j}$ $R_{xx}(0) = D_x;$ $R_{xx}(\infty) = 0.$	

(Продовження табл. 2)

5.	Нормована кореляційна	$\rho_{xx}(j) = \frac{R_{xx}(j)}{D_x}$ $\rho_{xx}(0) = +1;$ $\rho_{xx}(\infty) = 0.$	
6.	Структурна	$C_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1+j}^{n+j} (x_i - x_{i+j})^2$ $C_{xx}(0) = 0;$ $C_{xx}(\infty) = D_x.$	
7.	Модульна	$G_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1+j}^{n+j}  x_i - x_{i+j} $ $G_{xx}(0) = 0;$ $G_{xx}(\infty) = M_{\Delta x}.$	
8.	Еквівалентності	$F_{xx}(j) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1+j}^{n+j} Z_{ij}$ $Z_{ij} = \begin{cases} x_i, & \text{при } x_i \leq x_{i+j} \\ x_{i+j}, & \text{при } x_i > x_{i+j} \end{cases};$ $F_{xx}(0) = M_x;$ $F_{xx}(\infty) = 0.$	

**ОЦІНКА ЕНТРОПІЇ НА ОСНОВІ РІЗНИХ КОРЕЛЯЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ**

Крім автокореляційної для оцінки ентропії ДІ[16] можна використовувати і інші кореляційні функції, систематизація яких наведена в табл. 3.

Таблиця 3.

**Систематизація кореляційних оцінок ентропії**

№	Назва кореляційної функції	Аналітичний вираз
1.	Знакова	$\overline{H(x_i, x_{i+j})} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T \log_2 \left[ \frac{2\pi e}{\sigma_x} \cdot \sqrt{2 - \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} H_{xx}(j) \right)} \right].$

(Продовження табл. 3)

2.	Релейна	$\overline{H(x_i, x_{i+j})} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T \log_2 \left[ \frac{2\pi e}{\sigma_x^2} \cdot \sqrt{2 - \pi \cdot P_{xx}^2(j)} \right].$
3.	Коваріаційна	$H(x_i, x_{i+j}) = \log_2 2\pi e \sqrt{D_x^2 - D_x^2 \cdot \rho_{xx}^2(j)} = \log_2 2\pi e + \frac{1}{2} \log_2 \left( [D_x - R_{xx}(j)] \cdot [D_x + R_{xx}(j)] \right).$
4.	Структурна	$\overline{H(x_i, x_{i+j}, x_i)} = \frac{1}{2T} \sum_{j=1}^T \log_2 (2\pi e)^2 \left[ C_{xx}(j) \left( D_x - \frac{C_{xx}(j)}{4} \right) \right].$
5.	Кореляційна	$H(x_i, x_{i+j}) = \log_2 2\pi e \sqrt{D_x^2 - D_x^2 \cdot \rho_{xx}^2(j)} = \log_2 2\pi e + \frac{1}{2} \log_2 ([D_x - K_{xx}(j)] \cdot [D_x + K_{xx}(j)]).$
6.	Нормована кореляційна	$H[x_i, x_{i+j}] = \log_2 2\pi e + \log_2 \sigma_x^2 + \frac{1}{2} \log_2 [1 - \rho_{xx}^2(j)].$
7.	Модульна	$\overline{H(x_i, x_{i+j})} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T \log_2 \left[ \frac{\pi e \sqrt{\pi}}{2} G_{xx}(j) \cdot \sqrt{8 - \pi g_{xx}^2(j)} \right].$
8.	Еквівалентності	$\overline{H(x_i, x_{i+j})} = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T \log_2 \left[ \pi^2 e \frac{M_x - F_{xx}(j)}{\sigma_x^2} \sqrt{\frac{8\sigma_x^2}{\pi} - [M_x - F_{xx}(j)]^2} \right].$

Аналіз функцій  $H(x_i, x_{i+j})$  і оцінок  $\overline{H(x_i, x_{i+j})}$  різних дискретних ДІ показує, що при заданому діапазоні квантування станів максимальною ентропією володіють дискретні послідовності максимальної довжини. Аналітичні вирази кореляційних оцінок дають можливість достатньо ефективно розв'язувати інженерні розрахунки, зокрема здійснювати ідентифікацію інформаційних станів технологічних об'єктів контролю та управління в реальному відрізку часу, реалізуючи обчислення  $\overline{H(x_i, x_{i+j})}$  на ковзному інтервалі [1], а також ефективно використовувати для формування та цифрового опрацювання ентропійноманіпульованих широкосмугових сигналів [22].

### ХАРАКТЕРИСТИКА ЕНТРОПІЇ ШУМОПОДІБНИХ СИГНАЛІВ (ШПС) НА ОСНОВІ РІЗНИХ ОЦІНОК ЕНТРОПІЇ

В сучасних РКС спецпроцесори, які беруть участь у формуванні і опрацюванні сигналів використовують шумоподібні кодові послідовності (ШПК). В якості ШПК використовуються кодові послідовності: Баркера, Лежандра, Цірлера, Пелі-Плоткіна, Френка, Галуа(М-сигнали), Голда, Касамі, Голя, коди побудовані на основі функцій Уолша, модифіковані М-сигнали та інші [1,17].

Найбільш поширеними є коди Баркера, які при невеликій довжині володіють хорошими кореляційними властивостями та дозволяють достатньо ефективно використовувати канал зв'язку. Основним критерієм ефективності ШПК заданої довжини є максимальне значення відношення амплітуди головного пелюстка ( $\phi_{ss(0)}$ ) автокореляційної функції, до максимального викиду бокового пелюстка ( $\phi_{ss(j)}$ ) [18]:

$$V_m = \frac{\phi_{ss(0)}}{\phi_{ss(j)}}. \quad (24)$$

Дані сигнали представляються двійковими компонентами  $S_j = \pm 1$ , в яких максимальний рівень бокових пелюстків не перевищує  $1/n$  від основного піку, де  $n$  – кількість розрядів кодової послідовності.



Взаємкореляційну функцію інформаційних та еталонних кодів Баркера розраховують за формулою [19]:

$$\phi_{(x,y)} = \sum_{i=1}^n \text{sign}(x_i) \cdot \text{sign}(y_{i+j}); j = 0,1,\dots,n, \quad (25)$$

де  $x_i$  – біт коду Баркера;  $y_{i+j}$  – тристабільний порівнюваний сигнал;  $S_j = \pm 1$ ;

$$\text{sign}(y_{i+j}) = \begin{cases} 1, & y_{i+j} > 0; \\ 0, & y_{i+j} = 0; \\ -1, & y_{i+j} < 0. \end{cases}$$

Усі відомі ШКП Баркера та їхні циклічні кореляційні функції подані в табл. 4.

Таблиця 4.

**ШКП Баркера та їх кореляційні функції**

№	k	Сигнали Баркера	Кореляційна функція
1	3	1,1,-1	-1,0,3
2	4	1,1,1,-1	-1,0,1,4
3	4	1,1,-1,1	1,0,-1,4
4	5	1,1,1,-1,1	1,0,1,0,5
5	7	1,1,1,-1,-1,1,-1	-1,0,-1,0,-1,0,7
6	11	1,1,1,-1,-1,-1,1,-1,1,-1	-1,0,-1,0,-1,0,-1,0,-1,0,11
7	13	1,1,1,1,1,-1,-1,1,1,-1,1,-1,1	1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,1,0,13

Як видно з табл. 4, зі зростанням довжини ШКП знижується рівень бокових пелюсток. Незважаючи на хороші кореляційні властивості коду Баркера мають один суттєвий недолік – довжину  $n \leq 13$ , що обмежує можливість їх ефективного використання в каналах з високим рівнем завад та дозволяє створювати лише невелику кількість кодорозділених каналів зв'язку. Тому при необхідності отримання вищих параметрів завадостійкості, дальності, прихованості, захищеності від несанкціонованого доступу використовують інші види ШКП.

Для передавання інформації на великі відстані по каналах зв'язку з високим рівнем завад найефективніше застосовуються М-последовності, тобто последовності максимальної довжини, що формуються на основі неприводимих алгебраїчних поліномів згідно виразу [20]:

$$X_{i+1} = (x_i \cdot a_i \oplus x_{i-1} \cdot a_{i-1} \oplus \dots \oplus x_{i-n} \cdot a_{i-n}), \quad (26)$$

де  $a_i \in 0,1$  – двійкові значення неприводимого алгебраїчного полінома, що формує код рекурентного ключа для М – последовності.

В табл. 5 показані кількісні характеристики циклічних кореляційних функції М – сигналів довжиною до 15 біт, які розраховані згідно виразу:  $S = (L/n) \cdot 100\%$ , де  $L, n$  – відповідно максимальний рівень бокової та головної пелюсток циклічних кореляційних функцій [1,17].

Таблиця 5.

**Кількісні характеристики М – сигналів**

Двійковий формат М – сигналу	Довжина М – сигналу, біт	Рівень пелюстки, S %
100	3	33.333
1110	4	25
11101	5	20
1110010	7	14.286
10110111000	11	9.091
1010110011111	13	7.692
10000001100101	14	14.286
111101011001000	15	13.333

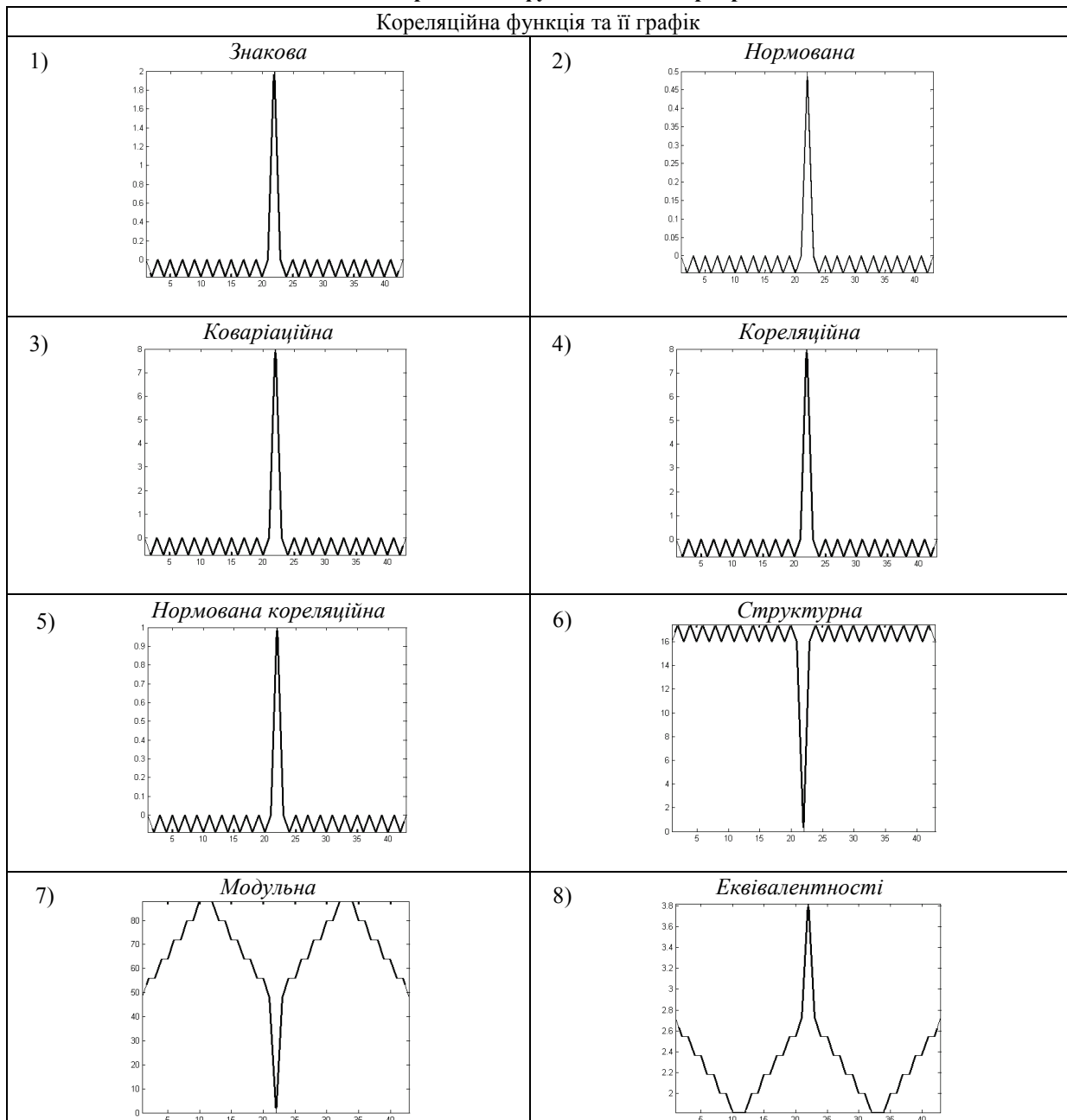
Як видно з табл. 5, більшість М-последовностей мають невисокі кореляційні характеристики, але велика кількість цих кодів дозволяє знайти компроміс між довжиною коду та його кореляційними властивостями.

Обмежена кількість відомих ШКП, їх невисокі кореляційні властивості при малій довжині коду, та зростання популярності ШПС, систем вимагають використання ефективніших ШКП. Як показано в роботі [17], перспективним є дослідження теоретичних засад та розвиток методів пошуку двовимірних ШКП, які мають кращі кореляційні властивості при заданій довжині кодової послідовності. Однією з основних переваг двовимірних кодових послідовностей над одновимірними набагато більший захист від помилок.

Існують 2 типи цифрових кореляційних приймачів ШПС: автокореляційні та взаємокореляційні [18]. Найчастіше для розрахунку автокореляційних та взаємокореляційних функцій ШКП використовують мультиплікативну згортку знакових представлень ШПС в  $sign(x_i)$  згідно формули (26). В табл. 6 показано 8 типів автокореляційних функцій кодів Баркера [1]. Як видно з даної таблиці спрощення алгоритмів цифрового опрацювання згортки кодів Баркера погіршує характеристики кореляційних функцій.

Таблиця 6.

**Автокореляційні функції кодів Баркера**



В роботах [1,17] проведений аналіз відомих та модифікованих кодів Баркера від 3 до 32 розрядів і зроблений висновок, що для двовимірних ШКП з хорошими кореляційними властивостями можна

використати рівняння у вигляді:

$$\sum_i a_i - \sum_j b_j \leq \pm 4; \quad i + j = h \cdot m, \quad (27)$$

де  $\sum_i a_i$  - кількість нульових елементів, а  $\sum_j b_j$  - кількість одиничних елементів,  $h, m$  - відповідно число рядків та стовпчиків матриці двовимірного коду.

Для розрахунку кореляційних характеристик ШКП на основі двовимірних кореляційних функцій, використовують різні можливі способи перемноження матриць двовимірних кодів:

$$K_{(x,y)} = \sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^m x_{i,j} \cdot y_{i,j} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^h x_{i,j} \cdot y_{i,j}; \quad K_{(x,y)} = \sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^m x_{i,j} \cdot y_{i,j} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=h}^1 x_{i,j} \cdot y_{i,j};$$

$$K_{(x,y)} = \sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^m x_{i,j} \cdot y_{i,j} + \sum_{i=m}^1 \sum_{j=1}^h x_{i,j} \cdot y_{i,j}; \quad K_{(x,y)} = \sum_{j=1}^h \sum_{i=1}^m x_{i,j} \cdot y_{i,j} + \sum_{i=m}^1 \sum_{j=h}^1 x_{i,j} \cdot y_{i,j}, \quad (28)$$

де  $x_{i,j}, y_{i,j}$  - відповідно елементи інформаційного та еталонного двовимірних кодів Баркера.

За допомогою виразів (27, 28) отримано [1] кодові матриці та графіки їх кореляційних характеристик (рис. 2).

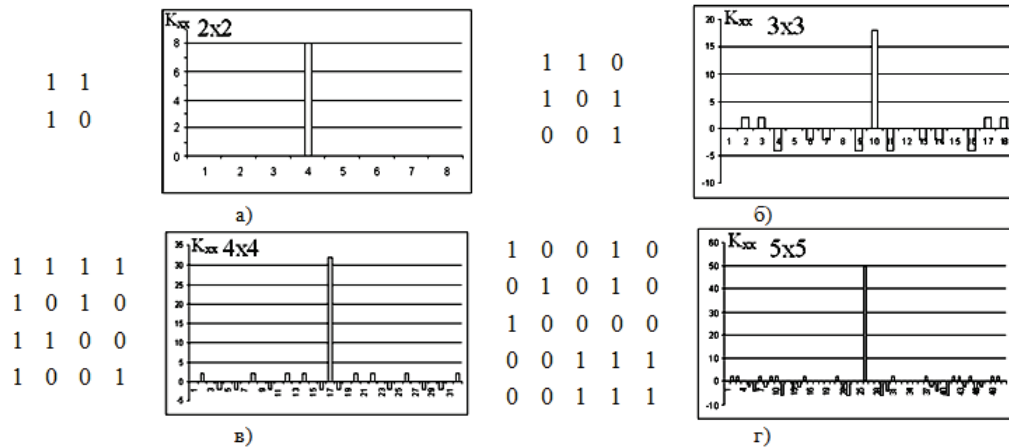


Рис. 2. Матриці двовірних кодів та графіки кореляційних властивостей двовірних кодів для матриць: а) 2×2, б) 3×3, в) 4×4, г) 5×5

При введенні помилок в код ШКП і виконанні взаємкореляційної функції з еталоном ШКП двовимірні коди характеризуються суттєво кращими характеристиками по відношенню до одновимірних. Для перевірки даного ефекту виконано відповідне порівняння. На рис. 3 [1] показані коди і графіки циклічних автокореляційних функцій великорозрядних кодів однакової довжини двовимірного з розмірністю матриці 5×5 та 25-ти розрядного одновимірного модифікованого коду Баркера для порівняння впливу завад на їх характеристики.

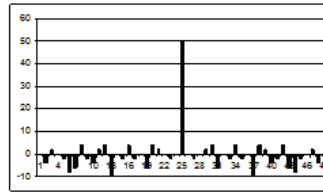
З рис. 3 видно, що при відсутності помилок в ШКП величина максимальних бокових пелюсток одновимірного коду знаходиться в границях  $\pm 2$ , а в двовимірному ШКП - відповідно +4, -10. При цьому головна пелюстка двовимірного коду в 2 рази перевищує рівень головної пелюстки одновимірного коду. Величина від'ємних значень бокових пелюсток в двовимірному коді не впливає на характеристики приймання та виявлення ШКП оскільки приймання ведеться згідно принципу амплітудної модуляції на основі фундаментального обмеження Шеннона [21]:

$$\frac{R_{xx}(j)}{R_{zz}(j)} \geq 2, \quad (29)$$

де  $R_{xx}(j)$  - автокореляційна функція широкосмугових сигналів,  $R_{zz}(j)$  - автокореляційна функція завади.

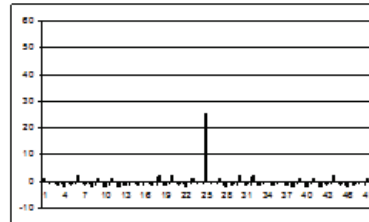
```

0 1 0 0 0
1 1 0 0 0
1 0 1 0 0
1 0 0 1 1
1 1 1 1 0
    
```



а)

1100011111110101001001101



б)

Рис. 3. Коды та графіки автокореляційних функцій двовимірного ШКП(а) та одновимірних кодів ШКП(б) однакової розрядності

В табл. 7 [1] наведені графіки результату аналізу впливу помилок в досліджуваних кодах на їх кореляційні характеристики.

Таблиця 7.

Графіки кореляційних характеристик великорозрядних одновимірного та двовимірного ШКП

К-сть помилок	Двовимірний ШКП	Одновимірний ШКП
1		
2		
3		

З графіків табл. 7 видно, що дані коди втрачають особливі кореляційні властивості при п'ятикратній помилці, що характеризує їх стійкість до впливу завад порядку 24% до довжини коду, для малоймовірних найбільш вразливих помилок в кодах, які їх спотворюють.

Перевагою кодів Баркера по відношенню до M-последовностей є відсутність перехідних процесів за рахунок нульових захисних інтервалів. Таким чином, функціональними обмеженнями відомих методів формування та цифрового опрацювання ШКП є одновимірність, двохрівневість та обмежене число знайдених кодів [22].

Одним з перспективних підходів до розвитку теорії кодів Баркера[1,17] та вдосконалення їх кореляційних характеристик є пошук більш складних структур – двовимірності, багаторівневості, а також модуляції псевдовипадковими ентропійноманіпульованих широкосмуговими квазісимвольними сигналами.

## ВИСНОВКИ

Викладені теоретичні основи мір ентропії та їх застосування в інформаційних технологіях формування та опрацювання сигналів дозволили встановити, що кореляційний підхід формування аналітичних виразів мір ентропії є найбільш ефективним та перспективним реалізації в сучасних телекомунікаційних системах, оскільки враховує крім статистики, динаміку ДІ і може бути використаний в РКС для формування і цифрового опрацювання широкосмугових ШПС.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Николайчук Я.М. Теория джерел інформації // Монографія: Тернопіль:-ТНЕУ, Економічна думка. – 2008.-396С.
2. Николайчук Я.М., Сабадаш І.О., Сегін А.І. Теоретичні основи формування ентропійних моделей на базі кореляційних функцій // Інформаційні технології і системи. -Науково-технічний журнал.- Львів.- 2002.- Т.5.-№ 1-2.- С.18-21.
3. Козленко М.І. Мельничук С.І. Дослідження завадостійкості способу передавання та приймання інформації на основі широкосмугових сигналів із змінною ентропією для дискретних повідомлень //Електроніка та зв'язок. – 2007. – 2(37). – Київ. – 2007.
4. Хартли Р.Л. Передача информации // Теория информации и ее приложения. – М., 1959. – 350С.
5. Колмогоров А.Н. Теория передачи информации: Сес. АН СССР по науч. пробл. автоматизации пр-ва. Пленар. заседания. – М.: Изд-во АН СССР. – 1957. – 15с.
6. Шеннон К.Э. Работы по теории информации и кибернетика. – М.: Изд-во иностр. лит. – 1963.–829С.
7. Longo G. Quantitative-qualitative measure of information. Inetrnat. Center of mechan. Sciences(Sommerkurs in Undient)/ Springer-Verlag. – 1972.
8. Shults G/ Informations theorie mit Bewertung. Wiss/Zeitschrift d. Humboldt Univer. Berlin XX – 1971. – P.175. –183С.
9. Оливер Б. Эффективное кодирование/Теория информации и её применение/Под ред. А.А.Харкевича. – М.: Физматгиз. – 1959. – С.159-190
10. Миддлтон Д. Введение в статистическую связи. – М.: Советское радио. – 1961. – 768С.
11. Таллер В. Теоритичкие ограничения скорости передачи информации. Теория информации и её приложения/Под ред. А.А.Харкевича. – М.: Физматгиз. – 1959. – С.58-81
12. Боюн В.П. Динамическая теория информации. Основы и приложения. – К: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины. – 2001. – 326С.
13. Пасічник В.В., Резніченко В.А. Організація баз даних та знань. – К. Видавнича група ВНУ. – 2006. –384С.
14. Гитис Э.И., Пискунов Е.А. Аналого-цифровые преобразователи. – М. Энергоиздат. – 1981. – 360С.
15. Кузьмин И.В., Кедрус В.А. Основы информации и кодирования. – . Вища школа. – 1986. – 238С.
16. Николайчук Я., Сегін А., Сабадаш І. Теоретичні основи формування ентропійних моделей на базі кореляційних функцій. Інформаційні технології і системи. – Науково-технічний журнал. – Львів. – 2002. Т.5.– №1–2. – С.13-21.
17. Николайчук Я., Заставний О. Дослідження системних характеристик двовимірних кодів з особливими кореляційними властивостями// Вісник технологічного університету поділля. – Хмельницький . – 2004. Ч1.–Т2. – №2. – С.107-110.
18. Свердлик М. Б. Оптимальные дискретные сигналы. М.: Сов. радио. – 1975. – 200С.
19. Николайчук Я.Н. Функции взаимокорреляционной связи и их применение для вычисления структурной функции // Тезисы докладов II Всесоюз.конф. «Технические средства для диагностики заболеваний СССР».– Москва. – 1987. – С.25-29.
20. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение: Перевод с английского. – М., Техносфера. – 2006 – 456С.

21. Теория передачи сигналов: Учебник для вузов / Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финик Л.М. – М.Связь. – 1980 – 288С.
22. Воронич А.Р. Методи формування сигналів зі змінною ентропією для провідних і безпровідних комп'ютерних систем // Вісник Хмельницького національного університету, Хмельницький. – 2009. – №4. – С.149-153.

Надійшла до редакції 23.04.2010р.

**НИКОЛАЙЧУК ЯРОСЛАВ МИКОЛАЙОВИЧ** – професор, д.т.н., завідувач кафедри Спеціалізованих комп'ютерних систем Тернопільського національного економічного університету, Тернопіль, Україна.

**ВОРОНИЧ АРТУР РОМАНОВИЧ** – молодший науковий співробітник Карпатського державного центру інформаційних засобів і технологій НАН України, Івано-Франківськ, Україна.