

УДК 519.254: 681.7.069.24: 612.15

С.В. ПАВЛОВ<sup>1</sup>, С.В. САНДЕР<sup>2</sup>, Т.І. КОЗЛОВСЬКА<sup>1</sup>

## ОЦІНЮВАННЯ РОЗХОДЖЕННЯ МІЖ ЕМПІРИЧНИМ ТА ТЕОРЕТИЧНИМ РОЗПОДІЛАМИ КРОВОНАПОВНЕННЯ НИЖНІХ КІНЦІВОК ЗА ДОПОМОГОЮ КРИТЕРІЮ ПІРСОНА

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет,  
21021, вул. Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, Україна  
E-mail: psv@vstu.vinnica.ua

<sup>2</sup>Вінницький національний медичний університет,  
кафедра загальної хірургії,  
21018, вул. Пирогова, 56, м. Вінниця, Україна

**Анотація.** В статті проведено статистичний аналіз отриманих даних при дослідженні кровонаповнення нижніх кінцівок хворих на ішемію. Також проведено оцінювання розходження між емпіричним та теоретичним розподілами кровонаповнення нижніх кінцівок за допомогою критерію Пірсона.

**Ключові слова:** окклюзуючі захворювання артерій нижніх кінцівок, стопо-кистевий коефіцієнт, гіпотеза, критерій Пірсона.

**Аннотация.** В статье проведен статистический анализ полученных данных при исследовании периферического кровообращения нижних конечностей больных на ишемию. Также проведена оценка расхождения между эмпирическим и теоретическим распределениями кровенаполнения нижних конечностей с помощью критерия Пирсона.

**Ключевые слова:** окклюзионные заболевания артерий нижних конечностей, стопо-кистевой коэффициент, гипотеза, критерий Пирсона.

**Abstract.** A statistical analysis of the research results, when examining patients with chronic lower limb ischemia was made in the paper. Estimation of variance between empirical and theoretical distributions of blood flow of the lower extremities using Pearson's criterion was made too.

**Keywords:** occlusive disease of lower extremity arteries, foot-hand coefficient, hypothesis, Pearson's criterion.

### ВСТУП

Застосування статистики при проведенні біомедичних досліджень є одним з інструментів аналізу експериментальних даних і клінічних спостережень, а також мовою, з допомогою якої повідомляються отримані математичні результати. Однак, це не єдине завдання статистики в медицині, математичний апарат широко застосовується в діагностичних цілях, вирішенні класифікаційних завдань і пошуку нових закономірностей, для постановки нових наукових гіпотез. Статистична гіпотеза являє собою певне припущення про закон розподілу випадкової величини чи про параметри цього закону, що формулюється на основі вибірки [1–4]. При перевірці гіпотез використовується ряд теоретичних законів розподілу. Найбільш важливим серед них є нормальний закон розподілу. З ним пов'язані розподіли  $\chi^2$ , Стюдента, Фішера, а також інтеграл імовірностей. Для вказаних законів функції розподілу аналітично не представляються. Значення функцій визначаються по таблицям або із використанням стандартних процедур прикладних програм.

Зазвичай суть перевірки гіпотези про закон розподілу експериментальних даних полягає в наступному. Існує вибірка експериментальних даних фіксованого об'єму, вибраний, або відомий вид закону розподілу генеральної сукупності. Необхідно оцінити по цій вибірці параметри закону, визначити ступінь узгодженості експериментальних даних і вибраного закону розподілу, в якому параметри замінені їх оцінками.

Ефективним для оцінювання розходження між емпіричним та теоретичним розподілами є застосування критерію Пірсона, що базується на застосуванні такої міри розходження між статистичним

і емпіричним розподілом, що наближено підпорядковується закону розподілу  $\chi^2$ . Доцільність використання критерію залежить від кількості розрядів та об'єму вибірки. Критерій рекомендується застосовувати при  $n > 200$ , допускається застосування при  $n > 40$  [1].

### ОСНОВНА ЧАСТИНА

Було обстежено 120 пацієнтів. Субкомпенсовану ішемію було діагностовано у 34 хворих, декомпенсовану – у 47. Контрольну групу становили 39 осіб без ознак облітеруючих захворювань артерій нижніх кінцівок. Вік обстежених становив 18 – 82 років. В якості досліджуваної величини було використано стопо-кистовий коефіцієнт (СКК), %, що дорівнює відношенню кровонаповнення хворої кінцівки до кровонаповнення здорової [5, 6]. Обстеження проводилось фізикальне та за допомогою методу фотоплетизмографії. Останній дозволив оцінити мікроциркуляцію (місцевий кровообіг) у ділянці дослідження. Визначали характер плинку крові на основі отриманої фотоплетизмограми (пульсуючий високоамплітудний (рис. 1, а), пульсуючий низькоамплітудний (рис. 1, б), непульсуючий (рис. 1, в)) [6-10].

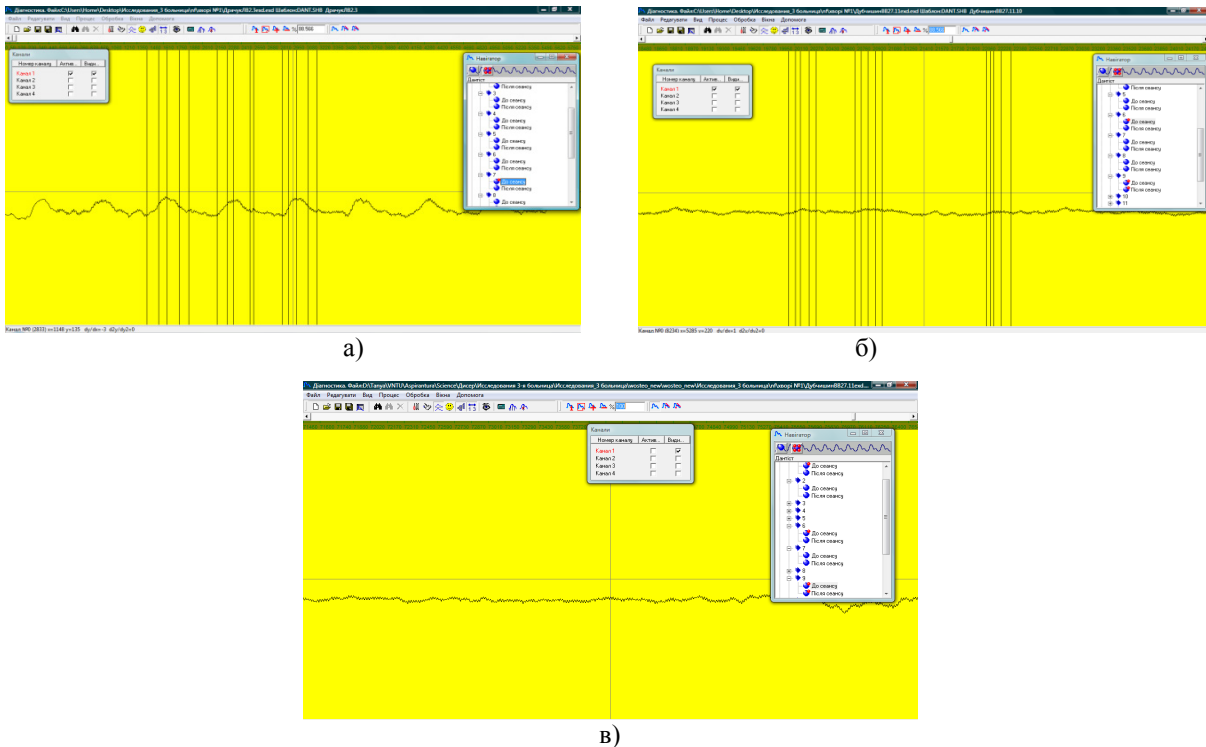


Рис. 1. Визначення характеру плинку крові: а) – пульсуючий високоамплітудний; б) – пульсуючий низькоамплітудний; в) – непульсуючий

Застосування методу фотоплетизмографії обґрунтоване тим, що він дозволяє застосовувати безконтактні сенсори, в результаті чого не відбувається стиснення судин і це виключає порушення кровообігу в досліджуваній ділянці. Даний метод базується на фотоелектричному вимірюванні як пройденого так і відбитого випромінювання світла в червоному та інфрачервоному діапазонах і використовується у більшості випадків при судинних захворюваннях для об'єктивної оцінки стану і ступеню порушень регіонарного кровотоку, тону судин, для контролю ефективності лікування, вживаного із подальшими лазерними та фотонними методами відновлення функції судин, для диференціального діагностування органічних і функціональних захворювань судин [5-6].

На підставі отриманих даних була проведена перевірка гіпотези про нормальний розподіл рівня кровонаповнення по даним інтервального варіаційного ряду. Результати проведених вимірювань було розподілено по інтервалам і занесено до табл. 1.

1. Визначення середнього вибіркового і вибіркової дисперсії величини  $x$ .

В результаті спостережень отримано  $n$  значень  $x$ , розподілених по  $k$ -інтервалам  $x_1 \dots x_2, x_2 \dots x_3, \dots, x_k \dots x_{k+1}$ . Кількість чоловік на кожному інтервалі було позначено через  $n_1, n_2, \dots, n_k$ , і отримані дані представлено у вигляді ряду (табл. 2) В якості середнього інтервалу був вибраний інтервал 40-50 та присвоєно йому індекс 0, інтервалу 50-60 – індекс  $i = 1$ , інтервалу 30-40– індекс  $i = -1$ , і т.д. (табл. 3)

Тоді середнє вибіркоче  $\bar{x}$  та вибіркоче дисперсія  $\sigma_x^{*2}$  визначаються за формулами

$$\bar{x} = a_x + \Delta x \bar{i}; \quad (1)$$

$$\sigma_x^{*2} = (\Delta x)^2 \sigma_{(i)}^{*2}, \quad (2)$$

$\Delta x = x_{i+1} - x_i$  – довжина інтервалу;  $a_x$  – умовне середнє значення  $x$ , що відповідає центру середнього інтервалу.

Таблиця 1.

**Значення СКК на певному інтервалі**

№п/п	СКК, %	Кількість чоловік, що входить в даний інтервал
1	0-10	27
2	10-20	24
3	20-30	23
4	30-40	16
5	40-50	8
6	50-60	7
7	60-70	6
8	70-80	5
9	80-90	4

Таблиця 2.

**Представлення даних у вигляді ряду**

$x$	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
$n_i$	27	24	23	16	8	7	6	5	4

Таблиця 3.

**Присвоєння індексу для кожного інтервалу**

$i$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$n_i$	27	24	23	16	8	7	6	5	4

Підставивши числові значення, було отримано:

$$\bar{i} = \frac{1}{120} \cdot (-4 \cdot 27 - 3 \cdot 24 - 2 \cdot 23 - 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 4) = -1,6;$$

$$\sigma_{(i)}^{*2} = \frac{1}{120} \cdot (27 \cdot 16 + 24 \cdot 9 + 23 \cdot 4 + 16 \cdot 1 + 8 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 6 \cdot 4 + 5 \cdot 9 + 4 \cdot 16) - 1,6^2 = 4,907.$$

$$\bar{x} = 45 + 10 \cdot (-1,6) = 29;$$

$$\sigma_x^{*2} = (10)^2 \cdot 4,907 = 490,$$

$$\sigma_x^* = \sqrt{490} = 22,15.$$

$$\bar{i} = \frac{1}{n} \sum n_i i; \quad \sigma_{(i)}^{*2} = \frac{1}{n} \sum n_i i^2 - \bar{i}^2. \quad (3)$$

2. Визначення імовірності  $p_i$  для окремих інтервалів ряду.

Прирівнявши параметри теоретичного нормального розподілу  $M(x)$  і  $\sigma_x^*$ , отримано

$$F(x) = \Phi_1\left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma_x^*}\right) = \Phi_1\left(\frac{x - 29}{22,15}\right), \quad (4)$$

де  $\Phi_1(x)$  – функція нормального розподілу.

Відповідно до властивостей нормального розподілу, при визначенні імовірностей  $P_i$ , нижню границю першого інтервалу вважають рівною  $-\infty$ , а верхню границю останнього інтервалу вважають рівною  $+\infty$ .

$$p_i = F(x_{i+1}) - F(x_i), \text{ де } F(x_{i+1}), \quad (5)$$

де  $F(x_i)$  – значення теоретичної функції розподілу в точках  $x_{i+1}$  і  $x_i$ .

$$p_1 = \Phi_1\left(\frac{10 - 29}{22,15}\right) - \Phi_1\left(\frac{-\infty - 29}{22,15}\right) = \Phi_1(-0,85) - \Phi_1(-\infty) = 0,195 - 0 = 0,195;$$

$$p_2 = \Phi_1\left(\frac{20 - 29}{22,15}\right) - \Phi_1\left(\frac{10 - 29}{22,15}\right) = \Phi_1(-0,406) - \Phi_1(-0,85) = 0,345 - 0,195 = 0,15;$$

$$p_3 = \Phi_1\left(\frac{30 - 29}{22,15}\right) - \Phi_1\left(\frac{20 - 29}{22,15}\right) = \Phi_1(0,045) - \Phi_1(-0,406) = 0,516 - 0,345 = 0,171;$$

$$p_4 = \Phi_1\left(\frac{40 - 29}{22,15}\right) - \Phi_1\left(\frac{30 - 29}{22,15}\right) = \Phi_1(0,49) - \Phi_1(0,045) = 0,688 - 0,516 = 0,172;$$

$$p_5 = \Phi_1\left(\frac{50 - 29}{22,15}\right) - \Phi_1\left(\frac{40 - 29}{22,15}\right) = \Phi_1(0,948) - \Phi_1(0,49) = 0,829 - 0,688 = 0,141;$$

$$p_6 = \Phi_1\left(\frac{60 - 29}{22,15}\right) - \Phi_1\left(\frac{50 - 29}{22,15}\right) = \Phi_1(1,4) - \Phi_1(0,948) = 0,919 - 0,829 = 0,09;$$

$$p_7 = \Phi_1\left(\frac{70 - 29}{22,15}\right) - \Phi_1\left(\frac{60 - 29}{22,15}\right) = \Phi_1(1,851) - \Phi_1(1,4) = 0,968 - 0,919 = 0,049;$$

$$p_8 = \Phi_1\left(\frac{80 - 29}{22,15}\right) - \Phi_1\left(\frac{70 - 29}{22,15}\right) = \Phi_1(2,302) - \Phi_1(1,851) = 0,989 - 0,968 = 0,021;$$

$$p_9 = \Phi_1\left(\frac{\infty - 29}{22,15}\right) - \Phi_1\left(\frac{80 - 29}{22,15}\right) = \Phi_1(\infty) - \Phi_1(2,302) = 0,011.$$

Результати розрахунків занесено в табл. 4

Таблиця 4.

Проміжні результати розрахунків

$x, \%$	$n_i$	$p_i$	$np_i$	$n_i - np_i$	$(n_i - np_i)^2$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
$-\infty \dots 10$	27	0,195	23,4	3,6	12,96	0,554
10...20	24	0,15	18	6	36	2
20...30	23	0,171	20,52	2,48	6,15	0,3
30...40	16	0,172	20,64	-4,64	21,53	1,043
40...50	8	0,141	16,92	-8,92	79,56	4,703
50...60	7	0,09	10,8	-3,8	14,44	1,337
60...70	6	0,049	5,88	0,12	0,014	0,002
70...80	5	0,021	2,52	2,48	6,15	2,441
80... $\infty$	4	0,011	1,32	2,68	7,182	5,441

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = 17,821. \text{ Отже } \chi^2 = U = 17,821.$$

3. Визначення числа ступенів свободи величини  $\chi^2$ :  $n' = k - s = 9 - 2 = 7$

### ВИСНОВКИ

По таблиці [11] для  $\chi^2 = 17,821$  при  $n' = 7$ ,  $0,05 < p < 0,01$ . Отримана імовірність досить мала. Це пояснюється тим, що в інтервалі від 10 до 40 зосереджена більша частина обстежуваних пацієнтів, далі, зі зростанням інтервалу, кількість пацієнтів суттєво зменшується, оскільки майже у всіх обстежуваних спостерігалася хоча б незначне, але порушення периферичного кровообігу нижніх кінцівок, крім того у переважної більшості спостерігалася декомпенсація регіонарного кровообігу. Саме тому, результати спостережень не узгоджуються з гіпотезою про нормальний розподіл рівня кровонаповнення.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ходасевич Г. Б. Обработка экспериментальных данных на ЭВМ [Текст] :учеб. пособие / Г. Б. Ходасевич. – СПб. СПбГТУ, 2002. Ч. 1 : Обработка одномерных данных. – 82 с.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / Гмурман В. Е. [9-е изд., стер.] — М.: Высшая школа, 2003.— 479 с.
3. Елисеєва І. І., Юзбашев М. М. Общая теория статистики. – М.: Финансы и статистика, 1999.
4. Рябинин И. А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. – СПб.: Политехника, 2000. — 179 с.
5. Фізичні основи біомедичної оптики : монографія / [Павлов С. В., Кожем'яко В. П., Колісник П. Ф. та ін.]. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 152 с. – ISBN 978-966-641-383-6.
6. Laser photoplethysmography in integrated evaluation of collateral circulation of lower extremities / [S. V. Pavlov, S. V. Sander, T. I. Kozlovska, A. S. Kaminsky, W. Wojcik, M. Sh. Junisbekov] // Optical Fibers and Their Applications 2012 9–12 October 2012 Lublin and Nałęczów, Poland, Volume 8698. – 6 p.
7. Оцінювання периферичного кровообігу нижніх кінцівок за допомогою лазерної фотоплетизмографії / С. В. Павлов, С. В. Сандер, Т. І. Козловська // Матеріали XXXVIII Міжнародної науково-практичної конференції «Применение лазеров в медицине и биологии». г. Ялта, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, 3-6 октября 2012 г., с. 53.
8. Гуч А. А. Факторы развития хронической артериальной недостаточности при сочетанных поражениях брюшной части аорты и периферических артерий // Хірургія України. - 2002. - № 2. - С. 74-75.
9. Гуч А. А., Клименко И. Т., Влайков Г. Г., Шувалова И. Н. Изменения регионарной гемодинамики и микроциркуляции в тканях нижних конечностей у больных с облитерирующим атеросклерозом в I-II ст //Клін хірургія- 2003- № 6- С. 25-27
10. Діагностика та лікування хронічної критичної ішемії нижніх кінцівок, поєднаної з мультифокальним атеросклерозом. Метод рекомендації. / В. Г. Мішалов, М. П. Бойчак, В. А. Черняк, А. Ю. Гладка, В. М. Селюк, Б. М. Коваль// К.:2007. – 62 с.
11. Минцер О. П. Методы обработки медицинской информации : Учеб. пособие / Минцер О. П., Угаров Б. Н., Власов В. В. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Выща шк, 1991. – 271 с.

Надійшла до редакції 11.11.2013 р.

**ПАВЛОВ С. В.** – д.т.н., професор, завідувач кафедри загальної фізики та фотоніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.

**САНДЕР С. В.**– к.т.н., доцент, завідувач кафедри загальної хірургії, Вінницький національний медичний університет, м. Вінниця, Україна.

**КОЗЛОВСЬКА Т. І.** – к.т.н., ст. викл. кафедри загальної фізики та фотоніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.