

УДК 535.2, 536.2

С. Є. ТУЖАНСЬКИЙ, Т. Ю. ПОЗДНЯКОВА, О. М. САХНО

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ДІЇ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ НА БІОТКАНИНУ

*Вінницький національний технічний університет,
21021, м. Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95, Україна,
E-mail: slavat@vntu.edu.ua*

Анотація. Запропоновано математичну модель термічного впливу сфокусованим випромінюванням високоінтенсивного лазерного джерела на шар біологічної тканини. Отримано залежності температурного поля від теплофізичних характеристик для модельованого шару біотканини (епідермісу шкіри) для імпульсного і неперервного режимів роботи лазера. Наведені кількісні оцінки можуть бути використані для аналізу змін оптичних властивостей шарів шкіри, а також для розрахунку характеристик лазерного джерела, необхідних для одержання відповідного фототермічного ефекту в біологічному середовищі (денатурація білків, коагуляція, випаровування тканини та ін.)

Abstract. A mathematical model of the thermal effects of focused radiation of high-intensity laser source to the layer of tissue. The dependences of the temperature field on the thermophysical characteristics of the simulated biological tissue layer (epidermis) for pulsed and continuous modes of operation of the laser. These quantitative evaluation can be used to analyze changes in the optical properties of the skin layers, and to calculate the characteristics of the laser source is necessary to achieve the desired biological effect in the photothermal medium (protein denaturation, coagulation, tissue vaporization, etc.)

Аннотация. Предложена математическая модель термического воздействия сфокусированным излучением высокоинтенсивного лазерного источника на слой биологической ткани. Получены зависимости температурного поля от теплофизических характеристик для моделируемого слоя биоткани (эпидермиса кожи) для импульсного и непрерывного режимов работы лазера. Приведенные количественные оценки могут быть использованы для анализа изменений оптических свойств кожных слоев, а также для расчета характеристик лазерного источника, необходимых для получения требуемого фототермического эффекта в биологической среде (денатурация белков, коагуляция, испарение ткани и др.)

Ключові слова: лазер, біотканина, температурне поле, епідерміс, теплопровідність

ВСТУП

Сучасні лазерні технології відкривають великі можливості у медицині. Особливо актуальним сьогодні є застосування лазерних технологій у дерматохірургії, оскільки шкіра є найбільшим людським органом і характеризується великою кількістю захворювань [1-6]. Сучасні лазерні хірургічні установки мають універсальні властивості, які забезпечують широкі можливості дії на живу тканину шляхом опромінювання, розсічення, випаровування і коагуляції біотканин лазерним випромінюванням [2, 5]. Разом з тим досягнення необхідного фототермічного ефекту залежить від енергетичних і оптичних параметрів лазерного пучка, тривалості дії а також від теплофізичних характеристик біотканини та об'єму, в якому поглинається енергія випромінювання. Моделювання теплових процесів у шкірі під дією лазерного випромінювання дозволить визначити вихідні параметри лазерного випромінювача, які забезпечать потрібний біофізичний ефект [1, 4, 6].

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Проведемо модельний розрахунок температури нагріву біотканини при опроміненні потужним CO₂-лазером високої інтенсивності. У якості біологічного об'єкта розглянемо плоский паралельний шар епідермісу шкіри із такими теплофізичними характеристиками: густина 1400 кг/м³, питома теплоємність 3500 Дж/кг·К, коефіцієнт теплопровідності 0,238 Вт/м·К. Модельні характеристики лазерного випромінювання: довжина хвилі – 10, 6 мкм, радіус плями лазерного випромінювання – 1 мм, щільність

потужності – 10^7 Вт/м². Оскільки епідерміс є найбільш термостійким шаром шкіри, визначальний вклад у час проникнення у шкіру лазерного випромінювання визначається ним. Температура поверхні T тканини залежить від потужності лазерного випромінювання P , що поглинається одиницею площі S :

$$q = \frac{P}{S} [\text{Вт} / \text{см}^2]. \quad (1)$$

Співвідношення між T та щільністю потужності q можна визначити із рівняння теплопровідності для напівнескінченного тіла і нерухомого джерела тепла [1, 8]:

$$\frac{dT}{dt} - \kappa \cdot \Delta T = \frac{Q(x, y, z, t)}{\rho c}, \quad (2)$$

де ρ , c , κ – теплофізичні коефіцієнти (густина, теплоємність і температуропровідність), що являються у загальному випадку функціями температури, просторових координат і часу; ΔT - оператор Лапласа; $Q(x, y, z, t)$ - густина потужності об'ємного джерела тепла.

Для розв'язання цього рівняння необхідно задати початкову умову, 6 граничних умов та знати розподіл $Q(x, y, z, t)$:

$$\begin{aligned} T_{x,y,z,0} &= T_p; \\ T_{x=\infty,t} &= T_{y=\infty,t} = T_{z=\infty,t} = T_p; \\ \frac{dT}{dx_{0,t}} &= \frac{dT}{dy_{0,t}} = \frac{dT}{dz_{0,t}} = 0; \\ Q &= q_0(1-R)\alpha e^{-\alpha x}, \end{aligned} \quad (3)$$

де T_p - довільна початкова температура.

Розв'язком такого рівняння при заданих умовах для круглої лазерної плями із радіусом r_0 буде [3]:

$$T = \frac{2q_0(1-R)\sqrt{\alpha\tau}}{\kappa} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} - \text{ierfc} \left(\frac{r_0}{2\sqrt{\alpha\tau}} \right) \right). \quad (4)$$

При $r_0 \gg \sqrt{\alpha\tau}$, що відповідає імпульсному режиму роботи лазера маємо порогову щільність потужності, яка необхідна для нагрівання біотканини до заданої температури:

$$q_{imp} = \frac{T\kappa\sqrt{\pi}}{2A\sqrt{\alpha \cdot \tau}}. \quad (5)$$

Рівняння теплопровідності для напівнескінченного тіла в одновірному випадку та граничними умовами (3), при нульовій початковій температурі у випадку неперервної дії лазера на тканину [4]:

$$T(x,t) = \frac{2q\sqrt{\alpha \cdot t}}{\kappa} \left(\text{ierfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot t}} \right) - \text{ierfc} \left(\frac{\sqrt{x^2 - r^2}}{2\sqrt{\alpha \cdot t}} \right) \right), \quad (6)$$

де функція $\text{ierfc}(x)$ - інтеграл від функції інтегралу ймовірності $\text{erfc}(x)$:

$$ierfc(x) = \int_x^{\infty} erfc(x) dx = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \right) \cdot e^{-x^2} - x \cdot erfc(x). \quad (7)$$

Функцію температурного розподілу від координати і тривалості дії у плоскому шарі епідерміса, отриману за допомогою програмного пакету *Mathcad 2001* при неперервній дії лазера зображено на рисунку 1.

Для квазістаціонарного режиму генерації імпульсного лазера розв'язання рівняння (2) із умовами (3) при нульовій початковій температурі матиме вигляд [5]:

$$T(x, t) = \frac{2q\sqrt{\alpha \cdot t}}{\kappa} ierfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot t}}\right). \quad (8)$$

Для побудови модельної залежності необхідно знати зону термічного впливу, на яке розповсюджується тепло за час лазерної дії та швидкість поширення теплового фронту.

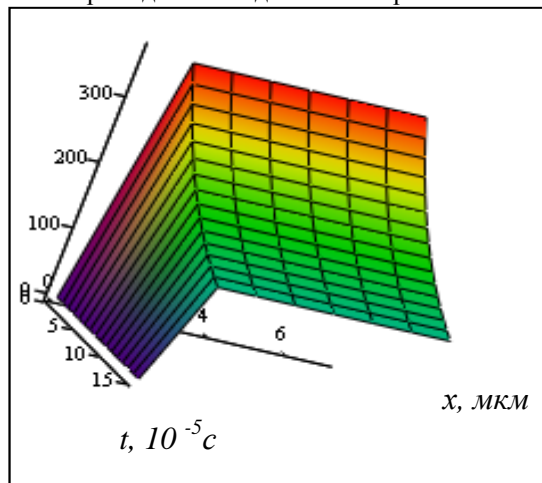


Рис. 1. Температурний вплив $T(x,t)$ лазерного випромінювання для одновірної моделі поглинання (неперервний режим)

Для імпульсного режиму зона термічного впливу [1,8]:

$$ht = 2\sqrt{\alpha \cdot \tau} [м]. \quad (9)$$

Швидкість розповсюдження теплового фронту за час дії лазерного випромінювання [1,8]:

$$vt = \sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} [м / с]. \quad (10)$$

Підставивши відповідні значення для обраної моделі у формули (9) та (10) для $\tau=4$ мсек маємо:

$$ht = 2\sqrt{1.16 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 5.679 \cdot 10^{-6} (м),$$

$$vt = \sqrt{\frac{1.16 \cdot 10^{-7}}{4 \cdot 10^{-3}}} = 0.017 (м / с).$$

Значення параметру теплового поширення вказує на межі координати x рівняння (8), а швидкість

поширення – на характер поверхні, оскільки значення швидкості поєднує у собі аргументи, які є координатами графіку.

Характеристика температурного поля в об'ємі майже експоненційно зростає протягом всієї тривалості імпульсу впливу. Побудовану за допомогою програмного пакета *MathCad 2001* поверхню, яка характеризує відповідну модельну залежність як функцію координати і часу зображено на рисунку 2.

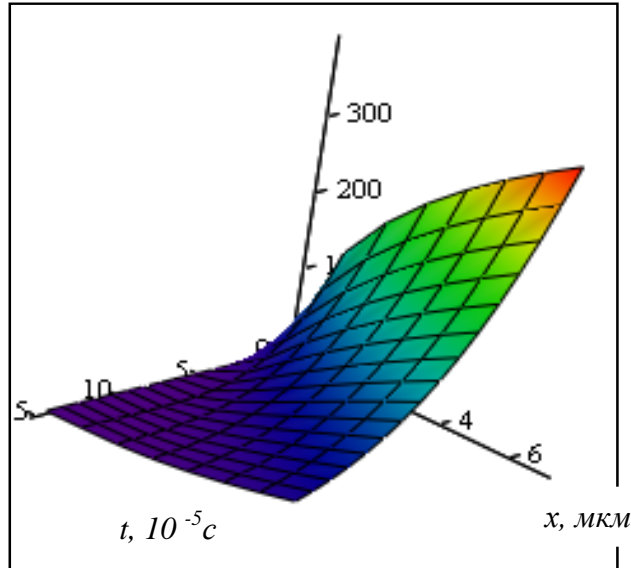


Рис. 2. Температурний розподіл $T(x,t)$ в епідермісі при дії імпульсним лазерним випромінюванням

Оцінимо швидкість нагріву матеріалу, тобто швидкість зміни температури, продиференціювавши вираз (8) по t :

$$V_T = \frac{dT(x,t)}{dt} = \frac{Aq}{\kappa} \left(\sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} \operatorname{ierfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot t}} \right) + \frac{x}{2\tau} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot t}} \right) \right). \quad (11)$$

Із рівняння (11) видно, що швидкість нагріву лінійно зростає із збільшенням щільності потоку, зменшується із зростанням теплопровідності та об'ємної теплоємності.

На рисунку 3 наведено модельну залежність швидкості нагріву плоского шару епідермісу як функції координати та часу. Видно, що швидкість нагріву може досягати великих значень, особливо на початкових проміжках часу.

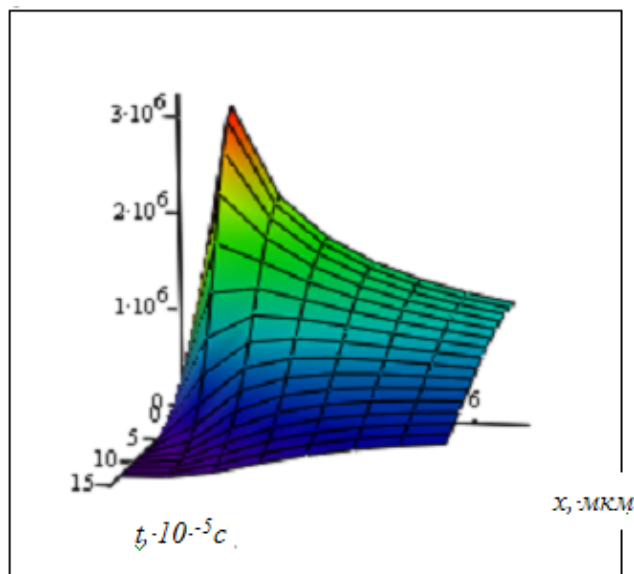


Рис. 3. Швидкість зміни $V(x,t)$ температурного поля у біотканині на стадії нагріву

Вираз для градієнта температури при нагріві напівнескінченного тіла джерелом тепла із постійною щільністю потоку отримаємо, продиференціювавши (8) за координатою x :

$$\text{grad}_T = \frac{dT(x,t)}{dx} = \frac{-Aq}{\kappa} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot t}}\right). \quad (12)$$

Поверхню модельної функції розподілу градієнта температури за глибиною x та часом дії t для плоского шару епідермісу наведено на рисунку 4.

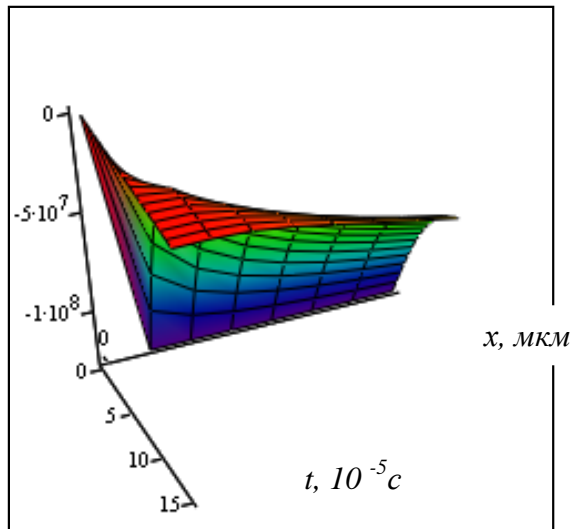


Рис. 4. Градієнт температури $\text{grad } T(x,t)$ епідермісу на стадії нагріву

Далі розглянемо теплові процеси, що виникають у біотканині під час стадії охолодження.

Для розрахунку температурного поля напівнескінченного тіла від дії джерела тепла із постійною щільністю потоку тривалістю τ на стадії охолодження отримаємо вираз [8]:

$$T(x,t) = \frac{2q}{\kappa} \left(\sqrt{\alpha \cdot t} \cdot \operatorname{ierfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot t}}\right) - \sqrt{\alpha \cdot (t-\tau)} \cdot \operatorname{ierfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot (t-\tau)}}\right) \right). \quad (13)$$

Відповідна модельна функція температурного поля для шару епідермісу наведена на рисунку 5:

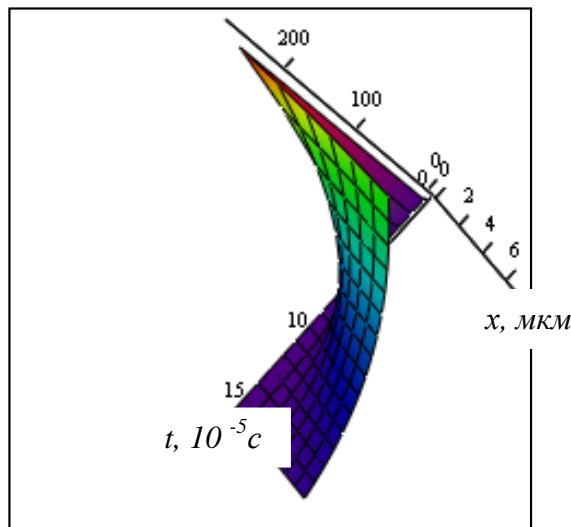


Рис. 5. Розподіл температури $T(x,t)$ у шарі епідермісу на стадії охолодження

Після диференціювання (13) отримаємо швидкість охолодження за умови $t \geq \tau$.

$$V_T = \frac{dT(x,t)}{dt} = \frac{Aq}{\kappa} \left(\sqrt{\frac{\alpha}{t}} \operatorname{ierfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot t}} \right) + \frac{x}{2\tau} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot t}} \right) - \sqrt{\frac{\alpha}{t-\tau}} \operatorname{ierfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot (t-\tau)}} \right) - \frac{x}{2(t-\tau)} \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha \cdot (t-\tau)}} \right) \right). \quad (14)$$

На рисунку 6 наведено відповідну модельну функцію швидкості зміни температурного поля у плоскому шарі епідермісу, отриману на основі розв'язку рівняння (14). Швидкість нагріву, як і швидкість охолодження лінійно залежать від щільності потоку.

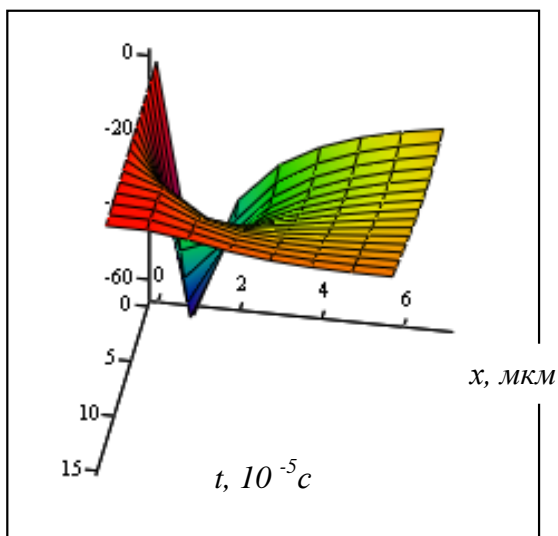


Рис. 6. Швидкість зміни температури $V(x,t)$ у шарі епідермісу в процесі охолодження

ВИСНОВКИ

Таким чином, проведено аналіз температурних полів при дії потужного випромінювання лазерного на біотканину на прикладі плоского паралельного шару епідермісу шкіри. Отримано значення потужностей лазера, які необхідні для випаровування тканини, залежність глибини утворення лунки від часу дії лазера, розподіл температури в центрі плями у різні моменти дії лазера та швидкість її зміни. Отримані значення добре узгоджуються з експериментальними даними і дозволяють сформулювати вимоги щодо характеристик лазерного випромінювача, які необхідні для досягнення потрібного фототермічного ефекту, а також для аналізу змін біофізичних характеристик у біологічних тканинах.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Пушкарева А.Е. Методы математического моделирования в оптике биоткани: учебное пособие [для студ. высш. учебн. зав.] / А.Е. Пушкарева, – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2008. – 103 с.
2. Кожем'яко В.П., Готра З.Ю., Павлов С.В. Лазерні біомедичні системи. Навчальний посібник. – Вінниця: ВДТУ, 2000. – 143с.
3. Смирнов М.З., Пушкарева А.Е. Влияние кровотока на лазерный нагрев кожи // Оптика и спектроскопия. – 2005. – №5. – С. 877-880.
4. Тучин В.В. Исследование биотканей методами светорассеяния // Успехи физ. наук. – 1997. – №5. – С. 517-539.
5. Приезжев А.В., Тучин В.В., Шубочкин Л.П. Лазерная диагностика в биологии и медицине. – М.: Наука, 1989. – 238 с.
6. Математическое моделирование оптимальных параметров взаимодействия низкоэнергетического лазерного излучения и гемангиомы / С.Е. Тужанский, В.С. Коноплицкий, Е.А. Терентьев [и др.] // Хірургія України. – 2002. – № 4. – С. 63-66.

7. Астафьева Л. Г., Желтов Г. И. Динамика температурного поля внутри кровеносного сосуда под действием лазерного излучения // Оптика и спектроскопия. – 2005. – №4. – С. 689-694.
8. Менушенков А.П. Физические основы лазерных технологий: учебное пособие [для студ. высш. учебн. зав.] / А.П. Менушенков, В.Н. Неволин, В.Н. Петровский, – М.: НИЯУ МИФИ, 2010. – 212 с.

Надійшла до редакції 26.06.2014р.

ТУЖАНСЬКИЙ СТАНІСЛАВ ЄВГЕНОВИЧ – к.т.н., доцент, доцент кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.

ПОЗДНЯКОВА ТЕТЯНА ЮРІЇВНА – студентка 4-го курсу кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.

САХНО ОЛЕКСІЙ МИКОЛАЙОВИЧ – студент 4-го курсу кафедри електроніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.